2. Impedancja akustyczna w polu fali stojącej

Impedancja akustyczna jest zdefiniowana jako stosunek ciśnienia i prędkości akustycznej w danym punkcie pola:

$$Z(x) = \frac{p(x)}{v(x)}, \left[Pa \cdot \frac{s}{m} \right].$$

Prędkości akustyczne $v(x)$, liczone w kierunku osi x i $-x$, wynoszą odpowiednio:

$$v_i = \frac{1}{Z_0} p_i(x), \quad v_r = -\frac{1}{Z_0} p_r(x),$$

zatem impedancja akustyczna w polu fali stojącej jest równa:

$$Z(x) = \frac{p_i(x) + p_r(x)}{V_i(x) + V_r(x)} = Z_0 \frac{p_i(x) + p_r(x)}{p_i(x) - p_r(x)},$$

gdzie: $Z_0 = \rho_0 c$ jest impedancją właściwą ośrodka, w którym rozchodzi się pojedyncza fala płaska (impedancja przypadająca na jednostkę powierzchni prostopadłej do kierunku rozchodzenia się fali akustycznej), ρ– gęstość ośrodka (powietrza), c – prędkość dźwięku w ośrodku.

W płaszczyźnie $x = 0$ (por. rys. 2) impedancja akustyczna jest równa:

(9) $$Z = Z(0) = Z_0 \frac{1+R}{1-R}, \quad R = \frac{p_r(0)}{p_i(0)},$$

stąd

(10) $$R = \frac{(Z/Z_0) - 1}{(Z/Z_0) + 1}.$$

Jeżeli płaszczyzna $x = 0$ jest powierzchnią płaskiej próbki, to te wielkości są odpowiednio impedancją powierzchniową (9) i współczynnikiem odbicia (10) badanej próbki dla prostopadłego padania fali płaskiej.

Zapisując współczynniki odbicia R jako

$$R = |R| e^{j\phi} = |R| \cos\phi + j|R| \sin\phi = R' + jR''$$

zależność (9) przyjmuje postać:

$$Z = Z_0 \frac{1+R}{1-R} = \frac{(1+R'+jR'')(1-R'+jR'')}{(1-R'-jR'')(1-R'+jR'')} = Z_0 \frac{1-(R'^2+R''^2) + j2R''}{(1-R')^2 + R''^2} = Z_0 \frac{1-|R|^2 + j2R''}{1+|R|^2 - 2R'}.$$

Stąd

(11) $$\begin{cases} \mathrm{Re}\{Z\} = Z_0 \dfrac{1-|R|^2}{1+|R|^2 - 2R'} = Z_0 \dfrac{1-|R|^2}{1+|R|^2 - 2|R|\cos\varphi}, \\ \mathrm{Im}\{Z\} = Z_0 \dfrac{2R''}{1+|R|^2 - 2R'} = Z_0 \dfrac{2|R|\sin\varphi}{1+|R|^2 - 2|R|\cos\varphi}, \end{cases}$$

gdzie: $\left|R\right| = \frac{s-1}{s+1}$, $s = \frac{\left|p_{\max,1}\right|}{\left|p_{\min,1}\right|}$, $\varphi = \pi(4\frac{x_{\min,1}}{\lambda} - 1)$.